

УДК 519.63

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ПЛАЗМЕННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ У ЭМИТТЕРА ТЕРМОЭМИССИОННОГО ДИОДА

В.П. Зимин

Томский политехнический университет

E-mail: zimmin@tpu.ru

Анализируется модель монотонных плазменных граничных условий у эмиттера термоэмиссионного диода на плоскостях плотность плазмы–ионный ток, плотность плазмы–плотность энергии электронов и других. Исследованы особенности изменения кривых граничных условий, и классифицировано их характерное поведение. Предложен способ оценки характерного вида граничных условий и их изменения при вариации параметров диода и плазмы.

Ключевые слова:

Граничные условия, краевая задача, метод фазовой плоскости, низкотемпературная плазма, термоэмиссионный диод.

Key words:

Boundary conditions, boundary value problem, phase plane method, low-temperature plasma, thermionic diode.

Введение

Приэлектродные области в цезиевом разряде термоэмиссионного диода существенным образом влияют на его вольтамперные характеристики и параметры плазмы в межэлектродном зазоре (МЭЗ). Гидродинамические модели плазмы диода, основанные на моментах функций распределений её частиц — это краевые задачи, граничные условия которых в приэлектродных слоях записываются в виде балансовых соотношений для потоков заряженных частиц и энергии [1, 2]. Необходимость исследования поведения экспериментальных параметров плазмы у электродов, трудности сравнения большого количества модельных приближений граничных условий [1–7], создание устойчивых алгоритмов поиска решений нелинейных краевых задач, изучение нестационарных вольтамперных характеристик диода [8] требуют разработки новых методов анализа моделей граничных условий. В [9–11] предложено анализировать области возможных решений краевых задач, включая сложные граничные условия, на плоскостях плотность плазмы–ионный ток, плотность плазмы–плотность энергии электронного газа, температура электронов–плотность энергии электронного газа и др.

В настоящей работе проведены аналитические и численные исследования модели монотонных граничных условий у эмиттера. Выявлены её асимптотическое поведение и характерные изменения при вариации параметров термоэмиссионного диода и плазмы.

Модель монотонных плазменных граничных условий у эмиттера и её анализ

Модель монотонных граничных условий (виртуальный электрод отсутствует) в слое у эмиттера для плотности ионного J_{i0} , электронного J_{e0} тока и плотности энергии электронов q_{e0} для ускоряющего ($V_E \leq 0$) приэлектродного потенциального барьера записывается [4, 9]:

$$J_{e0} = J_{Ee}^{(E)} - [J_{re0} - A_{Ee}J_{e0}] \exp\left(\frac{eV_E}{kT_{e0}}\right), \quad (1)$$

$$J_{i0} = J_{Ei}^{(E)} \exp\left(\frac{eV_E}{kT_0}\right) - [J_{ri0} - A_{Ei}J_{i0}], \quad (2)$$

$$\left(1 - A_{Ee} \exp\left(\frac{eV_E}{kT_{e0}}\right)\right) q_{e0} = J_{Ee}^{(E)} \left[\frac{2kT_E}{e} - V_E\right] - J_{re0} \exp\left(\frac{eV_E}{kT_{e0}}\right) \left[\frac{2kT_{e0}}{e} - V_E\right], \quad (3)$$

для тормозящего ($V_E \geq 0$) приэлектродного потенциального барьера:

$$J_{e0} = J_{Ee}^{(0)} \exp\left(-\frac{eV_E}{kT_{eE}}\right) - [J_{re0} - A_{Ee}J_{e0}], \quad (4)$$

$$J_{i0} = J_{Ei}^{(0)} - [J_{ri0} - A_{Ei}J_{i0}] \exp\left(-\frac{eV_E}{kT_0}\right), \quad (5)$$

$$(1 - A_{Ee})q_{e0} = J_{Ee}^{(0)} \exp\left(-\frac{eV_E}{kT_{eE}}\right) \frac{2kT_E}{e} - J_{re0} \frac{2kT_{e0}}{e}, \quad (6)$$

$$J = J_{e0} + J_{i0}, \quad (7)$$

где $J_{re0} = \gamma_{Ee} en_0 \bar{v}_e(T_{e0})$, $J_{ri0} = \gamma_{Ei} en_0 \bar{v}_i(T_0)$ — плотности хаотического тока электронов и ионов из плазмы на эмиттер; e — заряд электрона; γ_{Ee} , A_{Ee} , γ_{Ei} , A_{Ei} — коэффициенты пропорциональности для хаотического тока и анизотропии потоков заряженных частиц и энергии; n_0 — плотность плазмы у эмиттера; $\bar{v}_e(T_{e0}) = \sqrt{(8kT_{e0})/(\pi m_e)}$, $\bar{v}_i(T_0) = \sqrt{(8kT_0)/(\pi m_i)}$ — тепловые скорости заряженных частиц; k — постоянная Больцмана; m_e , m_i — массы заряженных частиц; J — плотность тока диода; $J_{Ee}^{(E)}$, $J_{Ei}^{(E)}$ — эмиссионные электронный и ионный токи с учетом нормального эффекта Шоттки [4]; T_{e0} , T_0 — температуры электронов плазмы и ионов (атомов) цезия; T_{eE} — температура электронов эмиттера; T_E — температура эмиттера. Хорошим приближением считается $T_0 = T_{eE} = T_E$ [1, 2]. Нижний индекс ноль означает, что значения параметров плазмы берутся у эмиттера для пространственной переменной $x=0$. Эмиссионные

электронный и ионный токи эмиттера для напряженности электрического поля у эмиттера, тормозящего выходящие электроны ($E=0$), определяют как

$$J_{Ee}^{(0)} = AT_E^2 \exp(-F_E / kT_E),$$

$$J_{Ei}^{(0)} = \frac{eg_i n_{a0} \bar{v}_i(T_0)}{4g_a} [\exp(-(V_i - F_E) / kT_E)],$$

$$\beta_E = \frac{J_{Ei}^{(0)}}{J_{Ee}^{(0)}} \sqrt{\frac{\bar{v}_e(T_E)}{\bar{v}_i(T_E)}},$$

где g_a, g_i – статистические веса атома и иона цезия; F_E – работа выхода электрода в парах цезия; $V_i=3,89$ эВ – энергия ионизации цезия; $A=120,2$ А/(К²см²) – теоретическая эмиссионная постоянная; β_E – параметр компенсации заряда у эмиттера.

Плотность атомов n_{a0} цезия для слабоионизованной плазмы определяется из уравнения состояния у эмиттера

$$kT_0 n_{a0} = p_{Cs},$$

где p_{Cs} – давление насыщенных паров в резервуаре с цезием.

Из равенства плотности энергии электронов в плазме у эмиттера

$$q_{e0} = -\lambda_{e0} \left. \frac{dT_e}{dx} \right|_{x=0} + \beta_{e0} J_{e0} \frac{kT_{e0}}{e}$$

и плотности энергии электронов через слой у эмиттера (3) или (6) получим выражение для пространственной производной температуры электронов плазмы у эмиттера

$$\left. \frac{dT_{e0}}{dx} \right|_{x=0} \equiv \left. \frac{dT_e}{dx} \right|_{x=0} = \frac{-q_{e0} + \beta_{e0} J_{e0} kT_{e0}/e}{\lambda_{e0}}, \quad (8)$$

где λ_{e0} – коэффициент теплопроводности электронного газа и множитель β_{e0} , определенные в [2].

Для аналитических исследований модели (1)–(8) выполним ряд преобразований и получим некоторые соотношения для параметров диода и параметров плазмы у эмиттера. Каждая пара граничных условий (1)–(2) и (4)–(5) с учетом (7) преобразуется следующим образом. Выражается из уравнения баланса для электронного тока, например из (1), экспонента и подставляется в уравнение (2) баланса для ионного тока, и учитывается выражение для J . Окончательно получаем уравнения

$$f_1(n_0, J_{i0}) \equiv (1 - A_{Ei})J_{i0} - J_{Ei}^{(E)} \left[\frac{J_{Ee}^{(E)} - (J + J_{i0})}{J_{re0} - A_{Ee}(J + J_{i0})} \right]^{T_{e0}/T_0} + J_{ri0} = 0, \quad (9)$$

$$f_2(n_0, J_{i0}) \equiv J_{i0} - J_{Ei}^{(0)} + [J_{re0} - A_{Ei}J_{i0}] \times \left[\frac{J_{re0} + (1 - A_{Ee})(J + J_{i0})}{J_{Ee}^{(0)}} \right]^{T_{e0}/T_0} = 0. \quad (10)$$

При фиксированных параметрах диода T_E, F_E, p_{Cs}, J и фиксированных параметрах плазмы T_{e0}, T_{eE}, T_0 получили функции (9) и (10), которые в неяв-

ном виде задают связь между плотностью плазмы и ионным током и позволяют изучить поведение этих функций и их представление на плоскости (n, J) .

Уравнения (9) и (10) имеют точку сшивки ($V_E=0$) с координатами

$$n_0^0 = \frac{(1 - A_{Ei})J_{Ee}^{(0)} - (1 - A_{Ee})J_{Ei}^{(0)} - (1 - A_{Ei})(1 - A_{Ee})J}{(1 - A_{Ei})\gamma_{Ee} \bar{v}_e(T_{e0}) - (1 - A_{Ee})\gamma_{Ei} \bar{v}_i(T_0)}, \quad (11)$$

$$J_{i0}^0 = \frac{J_{Ei}^{(0)} - \gamma_{Ei} e n_0^0 \bar{v}_i(T_0)}{1 - A_{Ei}}. \quad (12)$$

Подставляя (11), (12) в (6) и (8), используя (4) при $V_E=0$, получим выражения для ординат точек сшивки для кривых на плоскостях (T_e, q_e) и $(T_e, dT_e/dx)$

$$q_{e0}^0 = \frac{J_{re0}^0 (kT_E/e - kT_{e0}/e) + (1 - A_{Ee})(J + J_{i0}^0) kT_{e0}/e}{1 - A_{Ee}}, \quad (13)$$

$$\left. \frac{dT_{e0}}{dx} \right|_{x=0} = \frac{-q_{e0}^0 + \beta_{e0}^0 (J + J_{i0}^0) kT_{e0}/e}{\lambda_{e0}^0}. \quad (14)$$

Каждая из функций $f=\{f_1=0, f_2=0\}$ имеет ограниченную область определения: $f_1(n_0, J_{i0})=0 \rightarrow \{n \geq n_0^0, J_{i0} \leq J_{i0}^0\}$; $f_2(n_0, J_{i0})=0 \rightarrow \{n \leq n_0^0, J_{i0} \geq J_{i0}^0\}$. Кроме этого, на область определения функций накладывается физическое ограничение $n_0 > 0$.

Анализ уравнений (9) и (10) позволяет выявить особенности асимптотического поведения кривых граничных уравнений для различной полярности V_E . При больших значениях $V_E < 0$ ионный ток J_{i0} , согласно (9), стремится к асимптоте

$$J_{i0ass1} = -\frac{J_{ri0}}{(1 - A_{Ei})}, \quad (15)$$

вследствие этого имеется ограничение на величину V_E .

Подставляя выражение (15) в выражение для ускоряющего потенциального барьера, полученного из (1)

$$V_E = \frac{kT_{e0}}{e} \ln \left(\frac{J_{Ee}^{(0E)} - (J + J_{i0})}{J_{re0} - A_{Ee}(J + J_{i0})} \right)$$

и выполняя переход $n_0 \rightarrow \infty$, получим предельное значение

$$V_{E\lim} = -\frac{kT_{e0}}{e} \ln \left(\frac{(1 - A_{Ei})\gamma_{Ee} \bar{v}_e(T_{e0})}{\gamma_{Ei} \bar{v}_i(T_0)} + A_{Ee} \right). \quad (16)$$

При больших значениях $V_E > 0$ плотность ионного тока J_{i0} , согласно (10),

$$J_{i0ass2} = J_{Ei}^{(0)}. \quad (17)$$

Так как $J_i \sim -dn/dx$, то асимптотическая зависимость (15) представляет собой граничное условие III рода, (17) – граничное условие II рода, а в промежуточных точках кривой $f=\{f_1=0, f_2=0\}$ – суперпозицию всех трех родов.

Для получения точек кривой $f=\{f_1=0, f_2=0\}$ и затем вычисления выражений (3), (6), (8) необходимо выполнять численные расчеты. Задаются T_{e0} , T_0 и V_E , с учетом (16), при фиксированных параметрах диода T_E , F_E , p_{cs} , J , тогда любая точка кривой $f=\{f_1=0, f_2=0\}$ из области её определения вычисляется путем решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно n_0 и J_0

$$\begin{cases} a_{11}^{Ej} n_0 + a_{12}^{Ej} J_0 = b_1^{Ej} \\ a_{21}^{Ej} n_0 + a_{22}^{Ej} J_0 = b_2^{Ej} \end{cases}, \quad j=1, 2, \quad (18)$$

где для $j=1$, $V_E \leq 0$

$$a_{11}^{E1} = -\gamma_{Ee} e \bar{v}_e(T_{e0}) \exp\left(\frac{eV_E}{kT_{e0}}\right),$$

$$a_{12}^{E1} = A_{Ee} \exp\left(\frac{eV_E}{kT_{e0}}\right) - 1,$$

$$b_1^{E1} = J - J_{Ee}^{(E)} - A_{Ee} J \exp\left(\frac{eV_E}{kT_{e0}}\right),$$

$$a_{21}^{E1} = -\gamma_{Ei} e \bar{v}_i(T_0), \quad a_{22}^{E1} = A_{Ei} - 1,$$

$$b_2^{E1} = -J_{Ei}^{(E)} \exp\left(\frac{eV_E}{kT_0}\right),$$

для $j=2$, $V_E \geq 0$

$$a_{11}^{E2} = -\gamma_{Ee} e \bar{v}_e(T_{e0}), \quad a_{12}^{E2} = A_{Ee} - 1,$$

$$b_1^{E2} = J - J_{Ee}^{(0)} \exp\left(-\frac{eV_E}{kT_{Ee}}\right) - A_{Ee} J,$$

$$a_{21}^{E2} = -\gamma_{Ei} e \bar{v}_i(T_0) \exp\left(-\frac{eV_E}{kT_0}\right),$$

$$a_{22}^{E2} = A_{Ei} \exp\left(-\frac{eV_E}{kT_0}\right) - 1, \quad b_2^{E2} = -J_{Ei}^{(0)}.$$

Контроль решения СЛАУ осуществлялся по невязке функций $f=\{f_1=0, f_2=0\}$. Для учёта эффекта Шоттки организовывался итерационный цикл, окончание которого происходило при достижении заданной относительной погрешности $|\Delta J_{Ee}^{(E)}|/J_{Ee}^{(E)}$.

Результаты численных исследований и их обсуждение

На рис. 1 представлены характерные кривые граничных условий $f=\{f_1=0, f_2=0\}$ у эмиттера для различных значений работ выхода (различных β_E). Сплошными кружками на кривых обозначены точки сшивки с координатами (11), (12). При недокомпенсации $\beta_E < 1$ (рис. 1, а) кривая $f_1=0$ практически совпадает с асимптотой и также виден выход $f_2=0$ на асимптоту. При $\beta_E < 1$ вся кривая $f=0$ в области $n_0 > 0$ совпадает с асимптотой (15). С увеличением $\beta_E > 1$ (рис. 1, б) кривая $f=0$ становится существенно нелинейной и имеет немонотонный вид. Ордината точки сшивки меняет знак $J_0^0 > 0$, а при $\beta_E \gg 1$ меняет знак и её абсцисса $n_0^0 < 0$: в физически реализуемой области становится определенной

только $f_1=0$. Переход от характерного вида кривых $f=\{f_1=0, f_2=0\}$ рис. 1, а, к виду кривых рис. 1, б, происходит при сочетании параметров диода и плазмы, для которых $J_0^0 \approx J_{Ei}^{(0)}$.

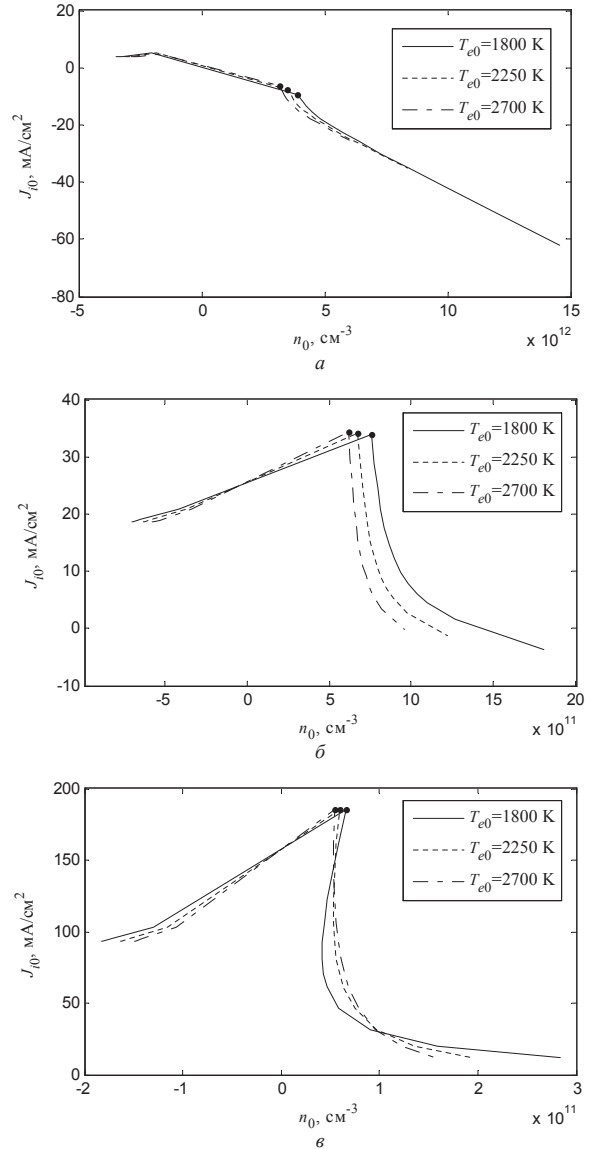


Рис. 1. Зависимости плотности ионного тока от плотности плазмы в оболочке у эмиттера для параметров диода: $T_E=1800$ K, $p_{cs}=1$ мм рт. ст., $J=0,95J_{Ee}^{(0)}$ и плазмы $V_E \in [-0,26; +1,0]$; F_E (эВ), β_E : а) 2,75, 0,23; б) 3,0, 5,87; в) 3,25, 147,42

Такое поведение кривых (рис. 1, а, б) характерно практически для любых значений параметров диода и плазмы. Но для некоторых параметров кривая $f_1=0$ становится неоднозначной функцией относительно n_0 . Из рис. 1, в, видно, что для n_0 существует область, в которой одной и той же плотности плазмы соответствуют разные значения J_0 и V_E . Такой вид кривой для эмиттерных граничных условий появляется при $A_{Ee} \neq 0$ и $J \approx J_{Ei}^{(0)}$. Анизотропия ионного тока увеличивает область неоднозначности кривой граничного уравнения. Если $A_{Ee}=0$, то кривая приобретает однозначный вид, подоб-

ный кривым рис. 1, б, для всех значений J . Анизотропность в граничных условиях ($A_{Ee} \neq 0$, $A_{Ei} \neq 0$) возникает при учёте отличия функций распределения заряженных частиц от несдвинутых максвелловых функций, т. е. при уточнении односторонних потоков частиц и энергии из плазмы на эмиттер [1]. Анализ уравнения (1) показывает, что неоднозначность кривой $f_1=0$ является следствием сочетания параметров плазмы, при котором члены J_{e0} и $A_{Ee}J_{e0}$ в предэкспоненциальном множителе становятся сравнимыми по величине.

Построенные зависимости $q_{e0}=q_{e0}(n_0)$ и $dT_{e0}/dx=dT_{e0}/dx(n_0)$ с помощью (3), (6)–(8) для кривых граничных условий рис. 1, в, также имеют неоднозначный вид (рис. 2). Аналогичные зависимости, построенные для зависимостей рис. 1, а, б, повторяют закономерности поведения $J_0=J_0(n_0)$, описанные выше. Сечение кривых, подобных кривым рис. 2, при фиксированных значениях n_0 позволяет построить зависимости $q_{e0}=q_{e0}(T_{e0})$ и $dT_{e0}/dx=dT_{e0}/dx(T_{e0})$.

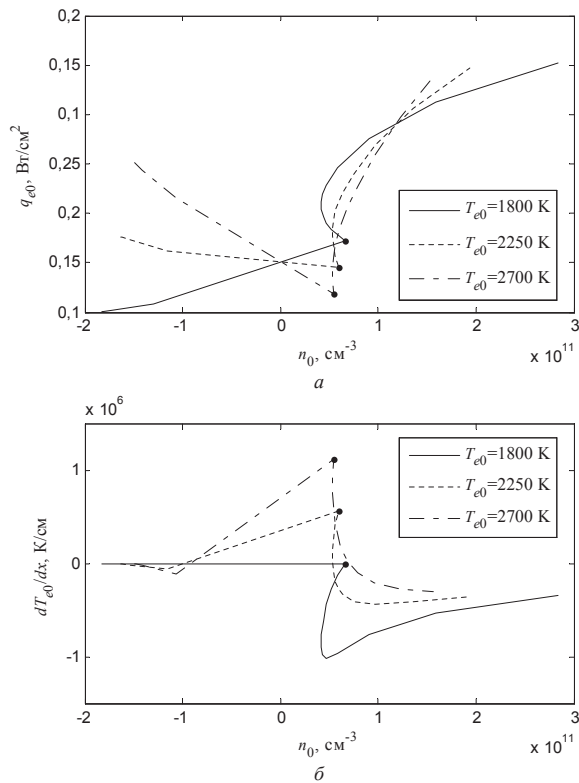


Рис. 2. Зависимости плотности потока энергии (а) и производной температуры электронов от плотности плазмы (б) в оболочке у эмиттера для параметров диода: $T_E=1800$ К, $\rho_{Cs}=1$ мм рт. ст., $J=0,95J_{Ee}^{(0)}$, $F_E=3,25$ эВ, $\beta_E=147,42$

В связи с ограничением $V_E > V_{Elim}$ имеется и ограничение области определения кривой $f_1=0$: $n_0 < n_{0max}$. При задании $V_E \leq V_{Elim}$ решения получаются нефизическими — $n_0 < 0$. В области $[n_0^0, n_{0max}]$ функция $q_{e0}=q_{e0}(n_0)$ вогнутая; имеет максимальное (положительное) значение, положение которого смещено к n_0^0 ; при $n_0 \rightarrow n_{0max}$ ($V_E \rightarrow V_{Elim}$) $q_{e0}=q_{e0}(n_0)$ убывает и меняет знак с положительного на отрицательный.

При фиксированном значении T_{e0} существует область, в которой двум разным состояниям параметров плазмы у эмиттера $\{n_{01}, J_{e01}, V_{E1}\}$ и $\{n_{02}, J_{e02}, V_{E2}\}$ соответствует одно значение плотности энергии электронов.

Напротив, функция $dT_{e0}/dx=dT_{e0}/dx(n_0)$ в области $[n_0^0, n_{0max}]$ вогнутая; имеет минимальное (отрицательное) значение, положение которого также смещено к n_0^0 ; при $n_0 \rightarrow n_{0max}$ ($V_E \rightarrow V_{Elim}$) функция возрастает и меняет знак с отрицательного на положительный.

Важную роль в понимании физических процессов в термоэмиссионном диоде играет состояние термодинамического равновесия плазмы [1, 2]. Исследования показали, что модель граничных условий у эмиттера (1)–(8) с хорошей степенью точности описывает условие термодинамического равновесия. Для $T_{e0}=T_0=T_{eE}=T_E$, $J=J_0=J_{e0}=0$, $A_{Ee}=A_{Ei}=0$ расчетное значение равновесной плотности плазмы

$$n_{ird} = \sqrt{\frac{J_{Ee}^{(0)} J_{Ee}^{(0)}}{\gamma_{Ee} \gamma_{Ei} e^2 \bar{v}_e(T_E) \bar{v}_i(T_E)}}, \quad \gamma_{Ee} = \gamma_{Ei} = 1/4$$

совпадает с плотностью Саха [2].

В изучаемой модели (1)–(8) имеется ограничение плотности тока диода $J < J_{Ee}^{(0)}$. Нарушение ограничения приводит к нефизическим решениям СЛАУ (18). При учете нормального эффекта Шоттки ограничение записывается $J < J_{Ee}^{(B)}$. Указанный эффект наиболее сильно выражен для кривых, изображенных на рис. 1, а: $V_E=-0,26$ В и $n_0 \sim 10^{13}$ см $^{-3}$, отношение $J_{Ee}^{(B)}/J_{Ee}^{(0)} \sim 1,04$, изменение работы выхода эмиттера $\Delta F_E \sim -0,005$ эВ и напряженность электрического поля у эмиттера $E \sim 230$ В/см. При увеличении плотности плазмы роль данного эффекта увеличивается. Так, например, для $V_E=-0,8$ В и $n_0=7 \cdot 10^{14}$ см $^{-3}$: $J_{Ee}^{(B)}/J_{Ee}^{(0)}=1,2$, $\Delta F_E=-0,03$ эВ, $E=7000$ В/см.

Анализ координат точек сшивки (11), (12), а также (13), (14) и их изменений при вариации параметров диода и плазмы является удобным способом оценки вида и изменения положения кривых граничных условий на фазовых плоскостях, подобных (n, J) .

При $J_0 > J_{Ei}^{(0)}$ вид кривой граничного уравнения $f_1=0$ из монотонного превращается в немонотонный. При значениях параметра компенсации $\beta_E \sim 10$ для достижения кривой граничного условия асимптоты достаточно величин $V_E \sim -2kT_E/e$. При этом участок кривой $f_1=0$ от точки сшивки до асимптоты может быть грубо аппроксимирован вертикальной или наклонной прямой.

Из анализа рис. 1, а, б, видно, что увеличение T_{e0} сдвигает кривые граничных условий влево, т. е. уменьшает, согласно (11), n_0^0 , т. к. абсцисса точки сшивки обратно пропорциональна $\bar{v}_e(T_{e0})$ ($\sim 1/\sqrt{T_{e0}}$). Одновременно с этим ордината точки сшивки J_0^0 , согласно (12), увеличивается, т. е. происходит движение вверх вдоль оси oJ_0 . Аналогичным образом проводится оценка изменения положения кривых граничных условий по координатам точек сшивки (11)–(14) при вариации других параметров диода и плазмы.

Выводы

1. Аналитические и численные исследования модели монотонных плазменных граничных условий на плоскости плотность плазмы—ионный ток позволили выявить три характерных вида кривых: монотонные, немонотонные и неоднозначные. Последний вид кривой обусловлен в основном учетом анизотропии плотности электронного тока. Кривые граничных условий у эмиттера представляют суперпозицию всех трех родов краевых условий.
2. Предложена методика анализа типа кривых граничных условий у эмиттера и их изменение при

вариации параметров диода и плазмы, использующая координаты точек сшивки этих условий.

3. Показано, что значения ускоряющего приэлектродного потенциального барьера ограничены снизу температурой электронов плазмы, вследствие этого имеются ограничения и для других параметров плазмы.
4. Зависимости плотности энергии электронов и пространственной производной электронной температуры у эмиттера от плотности плазмы имеют экстремальный характер для ускоряющего приэлектродного потенциального барьера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стаханов И.П., Степанов А.С., Пашенко В.П. и др. Плазменное термоэмиссионное преобразование энергии. — М.: Атомиздат, 1968. — 392 с.
2. Бакшт Ф.Г., Дюжев Г.А., Марцинковский А.М. и др. Термоэмиссионные преобразователи и низкотемпературная плазма / под ред. Б.Я. Мойжеса и Г.Е. Пикуса. — М.: Наука, 1973. — 480 с.
3. Hansen L.K. Ion current and Shottky effects in thermionic diodes // J. Appl. Phys. — 1967. — V. 38. — № 5. — P. 4345–4350.
4. McCandless R.J., Wilkins D.R., Derby S.L. Theory of thermionic converter volume phenomena // IEEE Conf. Record of 1969 Thermion. Convers. Spec. Conf. — Carmel, California (USA), 1969. — P. 163–169.
5. Бакшт Ф.Г., Юрьев В.Г. Приэлектродные явления в низкотемпературной плазме (Обзор) // Журнал технической физики. — 1979. — Т. 49. — Вып. 5. — С. 905–944.
6. Сидельников В.Н. О роли эмиссии электронов с коллектора ТЭП // Журнал технической физики. — 1983. — Вып. 2. — С. 385–387.
7. Стаханов И.П., Черковец В.Е. Физика термоэмиссионного преобразователя. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 208 с.
8. Дейнеженко А.Л., Зимин В.П. Численное моделирование нестационарных вольтамперных характеристик плазменного диода в дуговом режиме // Изв. СО АН СССР. Сер. Технические наук. — 1987. — Вып. 6. — С. 84–87.
9. Зимин В.П. Алгоритм расчета вольтамперных характеристик термоэмиссионного преобразователя с постоянной температурой электронов / Ред. журн. «Известия вузов. Физика». — Томск, 1984. — № 7. — 36 с. — Деп. в ВИНТИ 21.03.1984, № 1571–84.
10. Зимин В.П. Изображение и анализ граничных условий для уравнения теплопроводности на фазовых плоскостях // Известия Томского политехнического университета. — 2011. — Т. 318. — № 4. — С. 29–33.
11. Зимин В.П. Развитие метода фазовой плоскости для анализа решений краевых задач // Известия Томского политехнического университета. — 2012. — Т. 321. — № 2. — С. 17–21.

Поступила 19.02.2013 г.